库仑定律 电场强度

1. （A）电场是由场源电荷激发产生的，描述电场的电场强度 $\vec{E}$ 也只与场源电荷有关，而与试验电荷无关。例如

   点电荷 q 的电场强度：$\vec{E}=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{r^2}\hat{r}_0$ （其中 $\hat{r}_0=\dfrac{\vec{r}}{r}$ 为单位矢量），与试验电荷 q_0 无关。

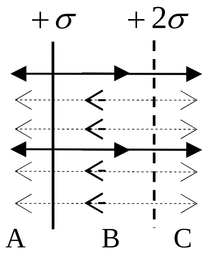
   （B）在电场中，某一点试验电荷受力 $\vec{F}$ 与 q_0 的比值即为电场强度 $\vec{E}$，与试验电荷 q_0 无关。

   （C）试验电荷 q_0 在电场中某一点受到电场力 $\vec{F}=q_0\vec{E}$，电场力 $\vec{F}$ 的方向由 q_0 和 $\vec{E}$ 共同决定。若 $q_0>0$，则电场力 $\vec{F}$ 的方向与 $\vec{E}$ 的方向相同；若 $q_0<0$，则 $\vec{F}$ 与 $\vec{E}$ 的方向相反。

   （D）电场中某一点的电场强度 $\vec{E}$ 与试验电荷 q_0 的存在与否无关, 只与场源电荷有关。 **本题选（B）**

2. 边长为 a 的立方体体对角线长为 $\sqrt{3}a$，中心到各个顶角的距离为 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$，则位于正方体中心的点电荷 Q 在顶角处产生的电场强度大小为：$E=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Q}{r^2}=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{Q}{(\frac{\sqrt{3}}{2}a)^2}=\dfrac{Q}{3\pi\varepsilon_0 a^2}$. **本题选（C）**

3. 设方向向右为正，均匀带电平面 $+\sigma$ 单独存在时，在 A、B、C 区域的场强：



（第 3 题图）

$$E_{\sigma A}=-\frac{\sigma}{2\varepsilon_0},\quad E_{\sigma B}=E_{\sigma C}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0},$$ 如图中实线所示；

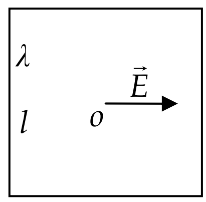
均匀带电平面 $+2\sigma$ 单独存在时，在 A、B、C 区域的场强：

$$E_{2\sigma A}=E_{2\sigma B}=-\frac{2\sigma}{2\varepsilon_0},\quad E_{2\sigma C}=\frac{2\sigma}{2\varepsilon_0},$$ 如图中虚线所示；

则均匀带电平面 $+\sigma$ 和 $+2\sigma$ 共同存在时，在 A、B、C 区域的场强：

$$E_A=E_{\sigma A}+E_{2\sigma A}=-\frac{3\sigma}{2\varepsilon_0},\quad E_B=E_{\sigma B}+E_{2\sigma B}=-\frac{\sigma}{2\varepsilon_0},\quad E_C=E_{\sigma C}+E_{2\sigma C}=\frac{3\sigma}{2\varepsilon_0}.$$

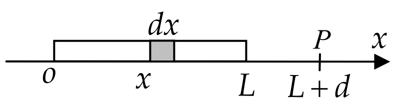
4. 正方形均匀带电线框每条边在中心处的电场强度大小相等，方向垂直于边长，如图。
   所以由对称性，正方形中心处的电场强度大小：$E=0$.



（第 4 题图）

5. 建立如图所示坐标轴，坐标原点 o 在杆的左端。

   在坐标 x 处取一小段长为 dx 的电荷元，电量：$dq=\dfrac{q}{L}dx$，



（第 5 题图）

   该电荷元 dq 和 P 点之间的距离为 $L+d-x$，

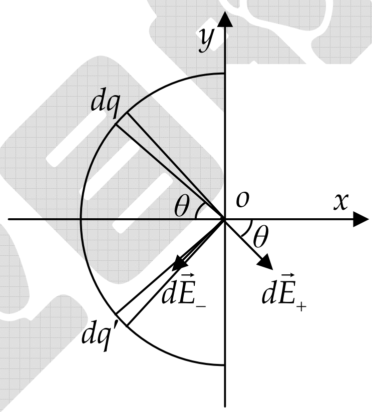
   该电荷元 dq 在 P 点产生的场强大小：$dE=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{dq}{(L+d-x)^2}$，方向：水平向右（设 $q>0$）。

   则 **P** 点总场强大小：$$E=\int_0^L\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{(L+d-x)^2}=\int_0^L\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\frac{q}{L}dx}{(L+d-x)^2}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 L}\int_0^L\frac{dx}{(L+d-x)^2}$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 L}\left(\frac{1}{L+d-L} - \frac{1}{L+d}\right) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 d(L+d)}$$，　方向水平向右。

6. 如图，在上半部分中任取一小段电荷元，与 x 轴负方向的夹角为 θ，电荷元对圆心的张角为 $d\theta$，则电荷元长为 $Rd\theta$，电量为 $dq = \frac{Q}{\frac{\pi}{2}R}Rd\theta = \frac{2Q}{\pi}d\theta$，该电荷元 dq 在圆心处产生的场强大小：$dE_+ = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = \frac{\frac{2Q}{\pi}d\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$，

方向从 dq 指向圆心，如图，$d\vec{E}_+$ 与 x 轴正方向的夹角为 θ；



（第 6 题图）

分解到 x 、y 轴，得到分量形式：$\begin{cases} dE_{+x} = \dfrac{\frac{2Q}{\pi}d\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\cos\theta \\ dE_{+y} = -\dfrac{\frac{2Q}{\pi}d\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\sin\theta \end{cases}$，

或者矢量形式：$d\vec{E}_+ = \frac{\frac{2Q}{\pi}d\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2}(\cos\theta\vec{i} - \sin\theta\vec{j})$；

同理，在下半部分中关于 x 轴对称地选取一电荷元 dq'，（注意 $dq' < 0$）

电荷元 dq' 产生的场强大小：$dE_- = \frac{\frac{2Q}{\pi}d\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$，方向从圆心指向 dq'，如图，$d\vec{E}_-$ 与 x 轴负方向的夹角为 θ；

分解到 x 、y 轴，得到分量形式：$\begin{cases} dE_{-x} = -\dfrac{\frac{2Q}{\pi}d\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\cos\theta \\ dE_{-y} = -\dfrac{\frac{2Q}{\pi}d\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\sin\theta \end{cases}$，

或者矢量形式：$d\vec{E}_- = \frac{\frac{2Q}{\pi}d\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2}(-\cos\theta\vec{i} - \sin\theta\vec{j})$；

则对称的电荷元 dq 和 dq' 在圆心处产生的总场强：$d\vec{E} = d\vec{E}_+ + d\vec{E}_- = -2\frac{\frac{2Q}{\pi}d\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\sin\theta\vec{j} = -\frac{Q}{\pi^2\varepsilon_0 R^2}\sin\theta\, d\theta\vec{j}$，

$\Rightarrow$ **整个半圆形玻璃棒在圆心 o 处的电场强度：** $\vec{E} = \int d\vec{E} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} -\frac{Q}{\pi^2\varepsilon_0 R^2}\sin\theta\, d\theta\vec{j} = -\frac{Q}{\pi^2\varepsilon_0 R^2}\vec{j}$.